

Formale Logik

Blatt 3

Abgabe: 15.11.2021, 14 Uhr

Gruppennummer angeben!

Das Blatt darf zu zweit bearbeitet und eingereicht werden.

Aufgabe 1 (5 Punkte). Seien P , Q und R beliebige aussagenlogische Formeln. Zeige direkt aus der Definition folgende logische Äquivalenzen, ohne Wahrheitstabellen oder die Tableau-Methode zu benutzen:

(a) $P \sim (P \wedge P)$

(b) $(P \vee Q) \sim (P \vee R)$, falls $Q \sim R$.

Schließe aus (a), dass $Q \sim (Q \vee Q)$ mit Hilfe der de Morgan'schen Gesetze sowie des Doppelten Negationsgesetzes. Des Weiteren schließe aus (b), dass $(P \wedge Q) \sim (P \wedge R)$, falls $Q \sim R$.

Aufgabe 2 (10 Punkte). Untersuche mit Hilfe der Tableau-Methode, ob folgende aussagenlogische Formeln tautologisch sind.

(a) $\left((A_1 \wedge (A_2 \wedge A_3)) \leftrightarrow ((A_1 \wedge A_2) \wedge A_3) \right)$ (Assoziativität der Konjunktion)

(b) $\left((A_1 \wedge (A_2 \vee A_3)) \leftrightarrow ((A_1 \wedge A_2) \vee (A_1 \wedge A_3)) \right)$ (Distributivgesetz 1)

(c) $\left((A_1 \vee (A_2 \wedge A_3)) \leftrightarrow ((A_1 \vee A_2) \wedge (A_1 \vee A_3)) \right)$ (Distributivgesetz 2)

(d) $((A_1 \wedge A_2) \rightarrow (A_1 \rightarrow A_2))$ (Schnelldiagnose)

Berechne die Wahrheitstafel der Assoziativität der Konjunktion.

Aufgabe 3 (5 Punkte).

Mit den Abkürzungen

$A_1 =$ Es regnet

$A_2 =$ Meine Haare werden nass

$A_3 =$ Ich bade in der Dreisam

$A_4 =$ Ich werde krank

repräsentiere das folgende Argument aus der natürlichen Sprache als eine einzige aussagenlogische Formel.

Wenn es regnet, dann werden meine Haare nass, aber wenn es nicht regnet und ich in der Dreisam bade, dann werden auch meine Haare nass. Nun, wenn meine Haare nass werden, werde ich definitiv krank; also bade ich nicht in der Dreisam, sogar wenn es nicht regnet.

Ergibt die obige Argumentation Sinn? Ist die erhaltene aussagenlogische Formel tautologisch?

Übersetze nun umgekehrt die folgende aussagenlogische Formel in die natürliche Sprache.

$$\left(((A_1 \rightarrow A_3) \wedge (A_1 \wedge \neg A_4)) \rightarrow A_2 \right)$$

Ist diese Formel tautologisch?

ABGABE ZWISCHEN 14:00-14:20 UHR IN DER FACHBEREICHSBIBLIOTHEK PHILOSOPHIE IM KG I.
ALTERNATIV KÖNNEN SIE IHRE ABGABE ZU EINEM FRÜHEREN ZEITPUNKT IN DEN BRIEFKASTEN
IHRER ÜBUNGSGRUPPE IM KELLER DES MATHEMATISCHEN INSTITUTS LEGEN.